第二节 热传导

一、傅立叶定理及导热系数

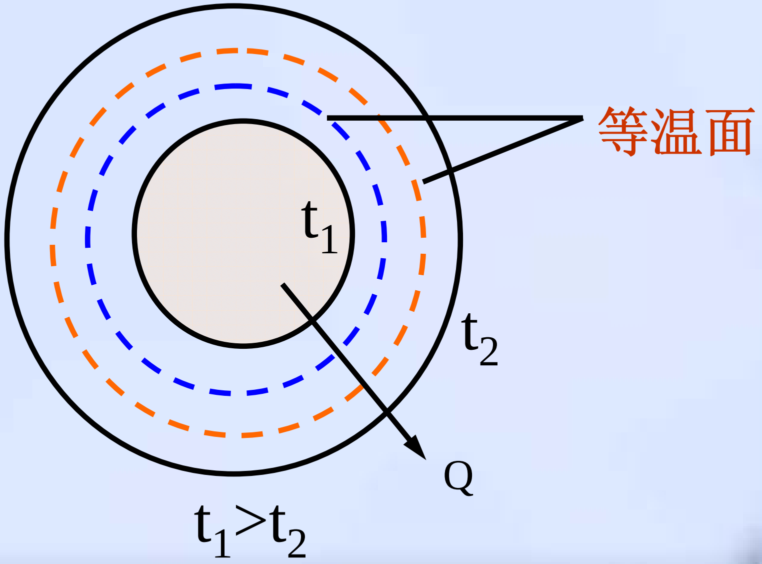
1、温度场：某一瞬时固体物体各点的温度情况。通常物体的温度分布是空间和时间的函数，但

对定态场： $t = f(x, y, z)$

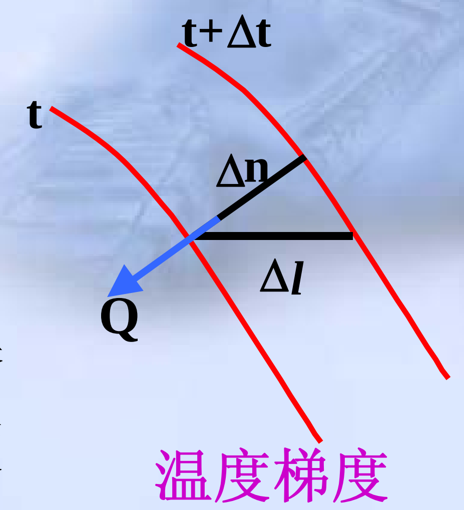
对非定态场：$t = f(x, y, z, \tau)$

2、等温面：

温度场中在同一时刻温度相同的各点连起来的面叫等温面。等温面可以是封闭的，不同的等温面不能相交，同一等温面上无热量交换，在不同的温度面上才有热量交换。



3、<u>温度梯度</u>： $\lim\limits_{\Delta n \to 0} \dfrac{\Delta t}{\Delta n} = \dfrac{dt}{dn}$



温度梯度是向量，其方向垂直于等温面，并以温度增加的方向为正，其与传热方向相反。

4、傅立叶定律：傅立叶定律是热传导的基本定律，它指出：单位时间内的热量与温度梯度及垂直于热流方向的截面积成正比。式中的负号表明热流方向与温度梯度方向相反。即：

$$Q = -\lambda A \frac{\partial t}{\partial n} \quad 或 \quad q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n}$$

$\dfrac{\partial t}{\partial n}$ ——法向温度梯度，$^{\circ}C\ /\ m$

λ ——比例系数，称为导热系数，$W / m \cdot {}^{\circ}C$

傅立叶定理与牛顿粘性定理很相似。

5、导热系数

国际上 $\lambda\left(J/m\cdot s\cdot{}^{\circ}C\right)$ $\left(W/m\cdot{}^{\circ}C\right)$

工程上 $\left(kcal/m\cdot h\cdot{}^{\circ}C\right)$

从傅立叶定律知： $\lambda=-\dfrac{Q}{A\cdot\dfrac{\partial t}{\partial n}}$

此即为<u>导热系数的定义式</u>，表示单位导热面积、单位温度梯度，在单位时间内传导的热量。

所以λ是表征物质导热能力的一个参数，为物质物性之一。其值与物质的组成结构和状态等参数有关，λ越大，导热越快。它也是分子微观运动的宏观表现。通常用实验方法测定。

一般有：$\lambda_{固} > \lambda_{液} > \lambda_{气}$

$$\lambda_{金} > \lambda_{非}$$

$\lambda_{固}$随温度而变，绝大多数质地均匀的固体，导热系数与温度近似成线性关系。即：$\lambda = \lambda_0(1+\alpha t)$

λ_0——固体在t℃时的导热系数。

α ——温度系数，K^{-1}。对金属 α=负值；对非金属α=正值。

P175图6-4与图6-5列了一些导热系数。

物质种类	金属	非金属固体	液体	气体	绝热材料
λ,W/(m·K)	10 ~ 500	0.1 ~ 10	0.05 ~ 1.0	0.005 ~ 0.5	<0.25

二、平壁的定态热传导

1、单层平壁的热传导

（1）平壁内的温度分布

如图所示为一平壁，其厚为δ。

单层的条件：A、等温面为垂直于x轴的平行平面。(一维单向热传导)

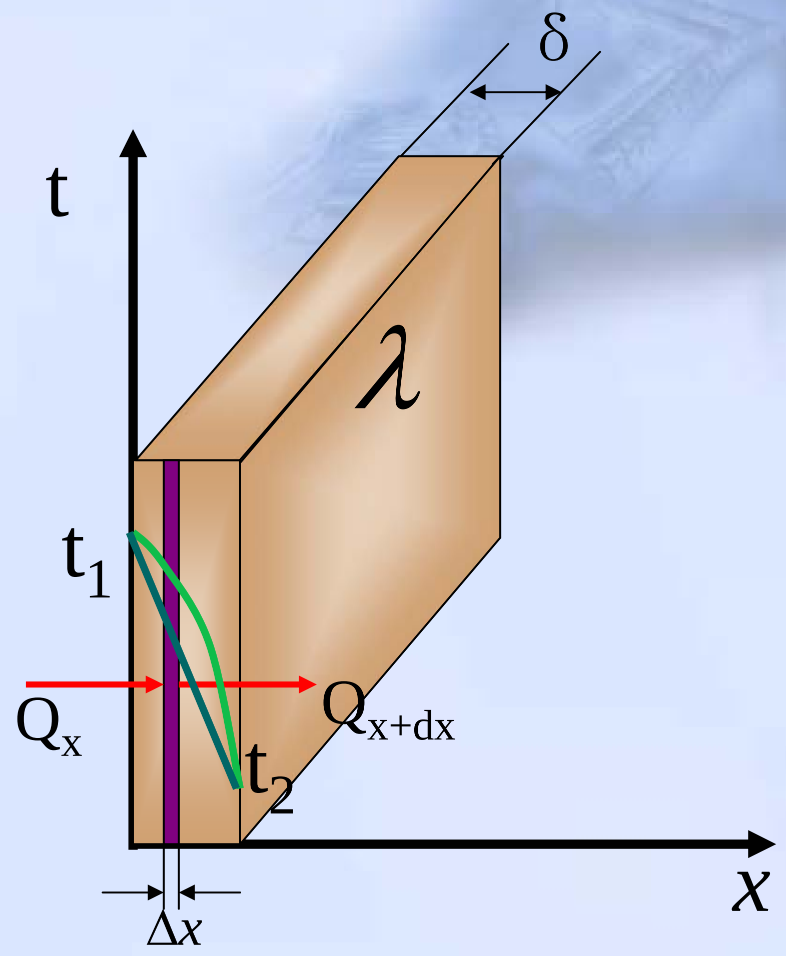
B、设壁的材料均匀：$\lambda \neq f(t)$

C、定态导热：$t = f(x, y, z)$

平壁的两侧面的温度t_1及t_2恒定。

当x =0时，$t=t_1$；当$x = \delta$ 时，$t=t_2$。

根据傅立叶定律：$q = -\lambda \dfrac{\partial t}{\partial n}$



在平壁内部取厚度为Δx的薄层，对比薄层取单位面积作热量衡算，可得：

$$q|_x = q|_{x+\Delta x} + \Delta x \rho C_p \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

对定态导热： $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$

薄层内无热量累积： $q|_x = q|_{x+\Delta x}$

上式化为： $q = -\lambda \frac{dt}{dx} = 常数$

当$\lambda = const$时， $\frac{dt}{dx} = 常量$，即平壁内温度呈直线分布。

当λ随t 变化时，温度分布呈曲线， λ随t上升而增大时，曲线位于直线上方；λ随t 减小时，温度分布曲线位于直线的下方。一般的λ取平均值。

（2）热流量

对上面定态导热，q不随x变化，积分 $q=-\lambda\frac{dt}{dx}$，得：

$$\int_{t_1}^{t_2}dt=-\frac{q}{\lambda}\int_{x_1}^{x_2}dx$$

$$q=\frac{Q}{A}=\lambda\frac{t_1-t_2}{x_2-x_1}=\lambda\frac{\Delta t}{\delta} \qquad (6\text{-}9)$$

$$Q=\frac{\lambda A\left(t_1-t_2\right)}{\delta}=\frac{\Delta t}{\frac{\delta}{\lambda A}}=\frac{\Delta t}{R}=\frac{\text{推动力}}{\text{阻力}} \qquad \textbf{(6-10)}$$

即： $R=\frac{\delta}{\lambda A}$

上式表明 ：Q正比于Δt ，反比于 R，这与欧姆定律极为类似，且 δ越大，A 和λ 越小，R 就越大。

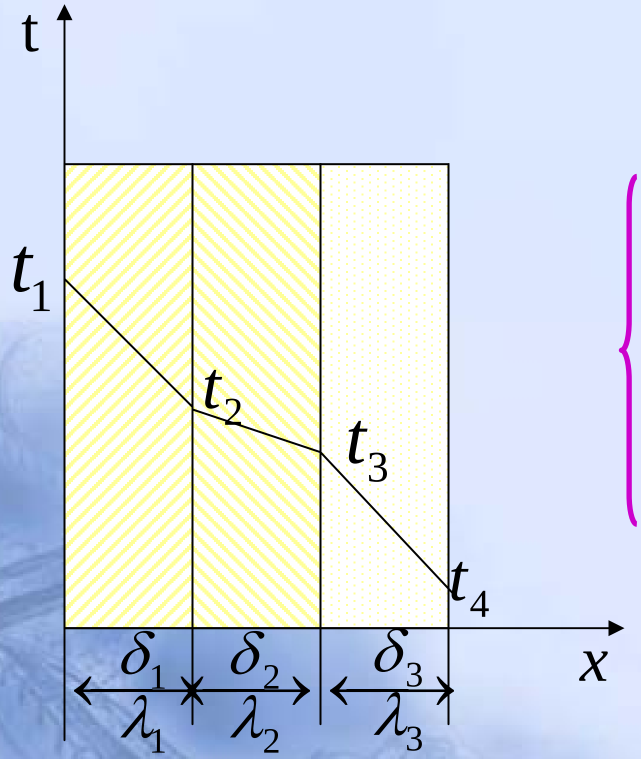
可以证明，若将λ 与 t 的关系近似地用线性方程式：$\lambda = \lambda_0(1+\alpha t)$ 表示，则式（6-9）、（6-10）仍适用，只是式中的导热系数应以平均值代替：

$$\lambda_m = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$$

λ_m就是当温度 $t = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$ 时的 导热系数。

2、多层平壁的定态导热过程

我们以三层平壁为例来说明多层导热过程的计算。



三层条件：

A、各层材质均匀，$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$为常数；

B、层与层之间接触良好，相互接触的表面上温度相等；

C、各等温面皆为垂直于x轴的平行平面，壁的面积为A，在定态导热过程中，穿过各层的热量必相等。（没有热量积累）

对各层： $Q=\lambda_1 A\dfrac{t_1-t_2}{\delta_1}=\dfrac{t_1-t_2}{\dfrac{\delta_1}{\lambda_1 A}}=\dfrac{t_2-t_3}{\dfrac{\delta_2}{\lambda_2 A}}=\dfrac{t_3-t_4}{\dfrac{\delta_3}{\lambda_3 A}}=Const.$

$$t_1-\cancel{t_2}=Q\frac{\delta_1}{\lambda_1 A}$$

$$\cancel{t_2}-\cancel{t_3}=Q\frac{\delta_2}{\lambda_2 A}$$

$$\cancel{t_3}-t_4=Q\frac{\delta_3}{\lambda_3 A}$$

三式相加得

$$t_1-t_4=Q\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1 A}+\frac{\delta_2}{\lambda_2 A}+\frac{\delta_3}{\lambda_3 A}\right)$$

$$\therefore Q=\frac{t_1-t_4}{\dfrac{\delta_1}{\lambda_1 A}+\dfrac{\delta_2}{\lambda_2 A}+\dfrac{\delta_3}{\lambda_3 A}}=\frac{t_1-t_4}{R_1+R_2+R_3}$$

同理，对具有几层平壁，穿过各层热量的一般公式为：

$$Q=\frac{t_1-t_{n+1}}{\sum_{i=1}^{i=n}\left(\frac{\delta}{\lambda A}\right)_i}$$

$$Q=\frac{\sum\Delta t}{\sum\frac{\delta}{\lambda A}}\quad\begin{matrix}\text{—— 推动力}\\ \text{—— 阻力}\end{matrix}$$

做两点说明：

① 对一维定态导热过程，推动力和阻力都有加和性，与串联条件下推动力和阻力具有加和性完全一样。

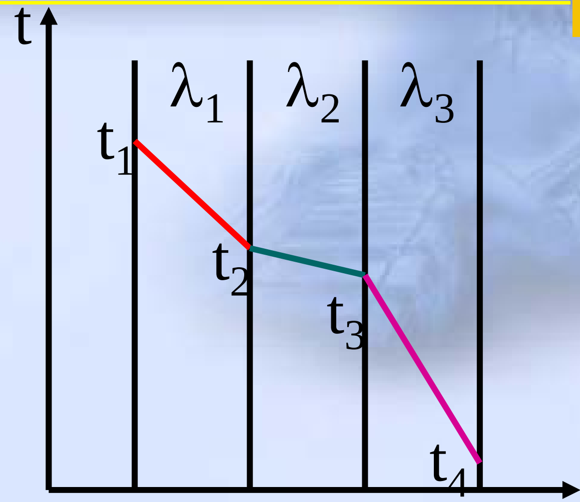
② $$\Delta t_1:\Delta t_2:\Delta t_3=\frac{\delta_1}{\lambda_1 A}:\frac{\delta_2}{\lambda_2 A}:\frac{\delta_3}{\lambda_3 A}=R_1:R_2:R_3$$

在多层壁导热过程中，哪层热阻大，哪层温差就大；相反，哪层温差大，哪层热阻就一定大。

例 6-1 厚度相同的三层平壁进行热传导，其温度分布如右图所示，则各层λ的大小关系为：<u>C</u>

$A\ \ \lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$　　　　$B\ \ \lambda_3 > \lambda_2 > \lambda_1$

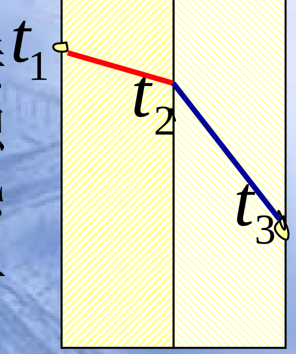
$C\ \ \lambda_2 > \lambda_1 > \lambda_3$　　　　$D\ \ \lambda_3 > \lambda_1 > \lambda_2$



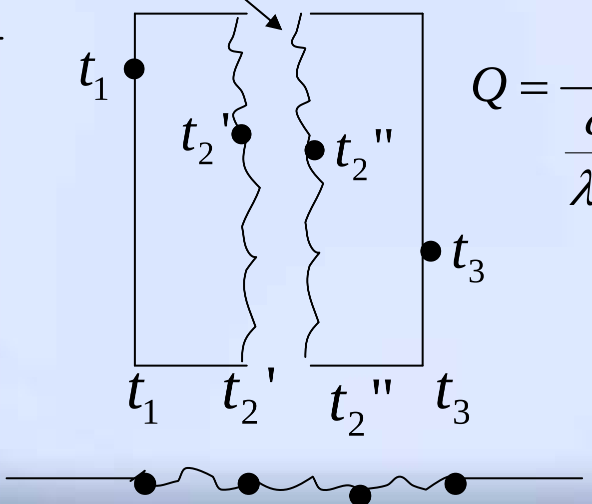
接触部位的固与固的导热

通过空隙中气体的导热

接触热阻

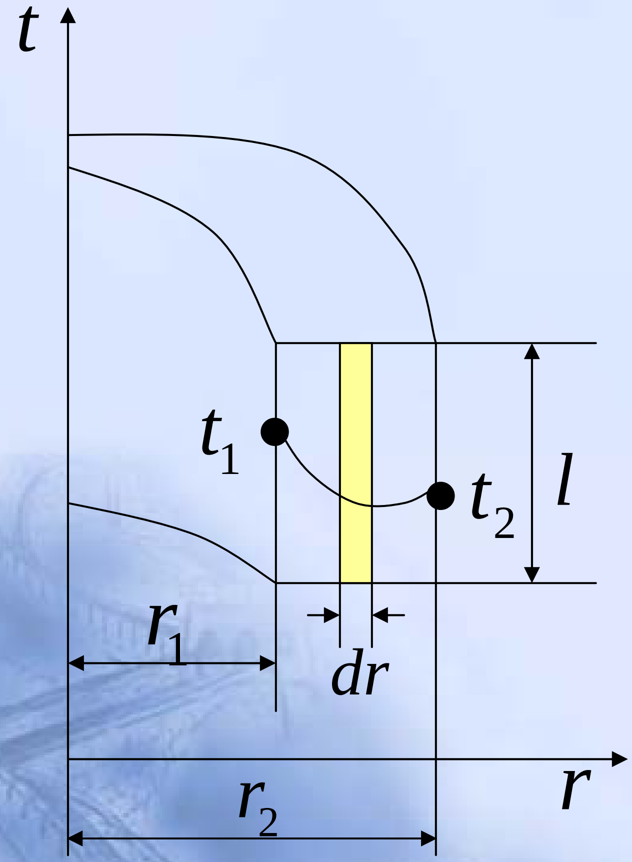


$$Q=\frac{t_1-t_3}{\dfrac{\delta_1}{\lambda_1 A}+\dfrac{\delta_2}{\lambda_2 A}}$$



$$Q=\frac{t_1-t_3}{\dfrac{\delta_1}{\lambda_1 A}+\dfrac{1}{\lambda_c A}+\dfrac{\delta_2}{\lambda_2 A}}$$

三、通过圆筒壁的定态热传导



1、单层圆筒壁

条件：

（1） 一维导热温度是沿半径方向变化，等温面为同圆心圆柱体；

（2） 内外表面分别维持恒定的温度 t_1, t_2；

（3）λ 为定值，若成线性关系，取平均值：$q = -\lambda \dfrac{dt}{dr}$

圆筒壁与平壁的不同点是其传热面积随半径(A~r)而变化

（1）、温度分布：在圆筒壁内取同心薄层圆筒，对它做热衡计算：

$$2\pi rlq\Big|_r = 2\pi(r+\Delta r)lq\Big|_{r+\Delta r} + (2\pi r\Delta rl)\rho C_p \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

对于定态传热，$\frac{\partial t}{\partial \tau}=0$，即薄层内无热量积累，上式写成：

$$2\pi rlq\Big|_r = 2\pi(r+\Delta r)lq\Big|_{r+\Delta r} = Q$$

$$A_r q_r = A_{r+\Delta r} q_{r+\Delta r} = Q$$

此式表明：**热通过圆筒壁的热流量Q是一个与 r 无关的常量**

对此薄圆筒层，傅立叶定律可写成：$q=-\lambda\frac{dt}{dr}$

$$q=\frac{Q}{2\pi rl}=-\lambda\frac{dt}{dr} \Rightarrow dt=-\frac{Q}{2\pi\lambda l}\cdot\frac{dr}{r}$$

积分上式得壁内温度分布为：$t=-\frac{Q}{2\pi l\lambda}\ln r + c$

这表明：圆筒壁内的温度按对数曲线变化。

（2）、热流量：Q可由边界条件求出

$$\begin{cases} r = r_1时, & t = t_1 \\ r = r_2时, & t = t_2 \end{cases}$$

定积分得:
$$Q\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = -2\pi l\lambda\int_{t_1}^{t_2}dt$$

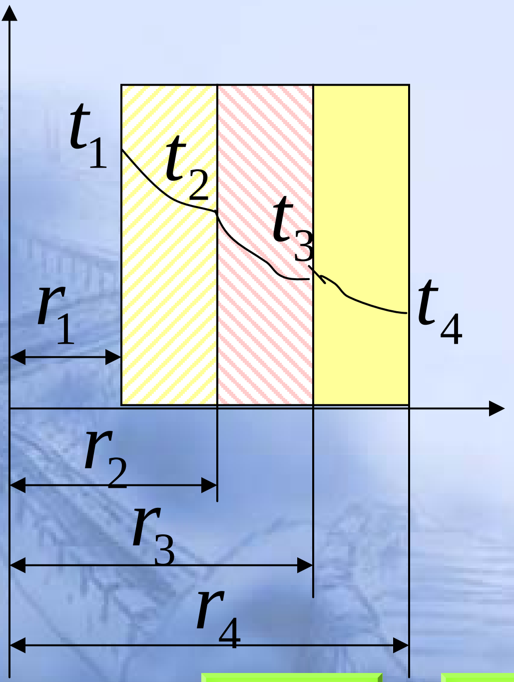
$$Q\ln\frac{r_2}{r_1} = 2\pi\lambda l(t_1 - t_2)$$

$$Q = \frac{2\pi\lambda l(t_1 - t_2)}{\ln\frac{r_2}{r_1}} = \frac{2\pi\lambda l(t_1 - t_2)}{\ln\frac{d_2}{d_1}}$$

$$Q = \frac{2\pi\lambda l(r_2 - r_1)(t_1 - t_2)}{(r_2 - r_1)\ln\frac{r_2}{r_1}} = \frac{(A_2 - A_1)\lambda(t_1 - t_2)}{\delta\ln\frac{A_2}{A_1}} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{\delta}{\lambda A_m}}$$

式中：$A_m = \dfrac{A_2 - A_1}{\ln \dfrac{A_2}{A_1}}$ ——对数平均面积

当 $\dfrac{A_2}{A_1} < 2$ 时，此时 $A_m = \dfrac{A_1 + A_2}{2}$，误差不超过4%，同样，当 λ 与温度t成线性关系时，上面热流量计算式依然成立，但式中的导热系数须用 λ_m 代替。



2、多层圆筒壁：热由多层圆筒壁内层传到最外壁，要依次经过各层，所以多层圆筒壁的导热过程可视为各单层圆筒壁串联进行的导热过程，单位时间内由多层壁所传导的热量，也就是经过各单层壁面所传导的热。

下面以三层圆筒壁为例计算

条件：

（1）、$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 为常数。

（2）、层与层接触良好，相互接触表面t 相等，各等温面为同心圆柱面。

（3）、定态一维导热。

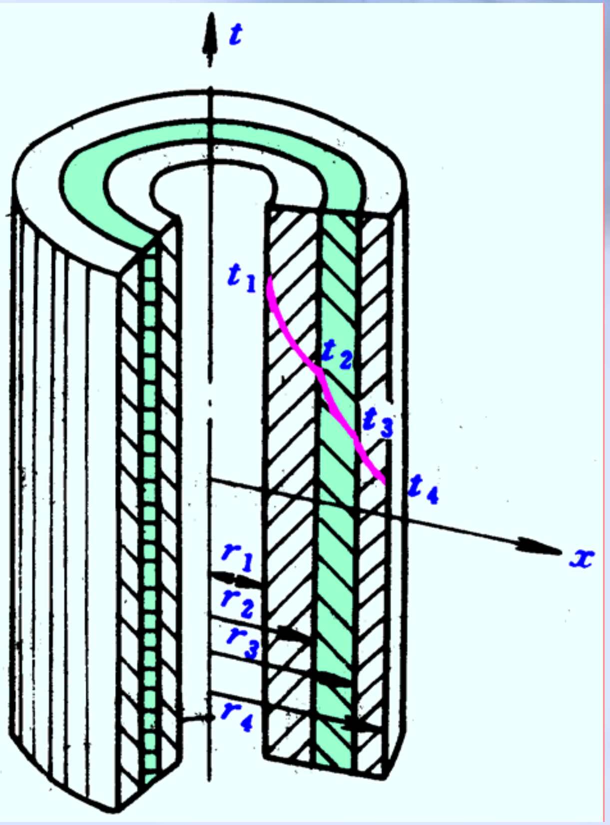
第一层 $$Q = \frac{2\pi l \lambda_1 (t_1 - t_2)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \Rightarrow t_1 - \cancel{t_2} = \frac{Q \ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi l \lambda_1} = \frac{\frac{Q}{\lambda_1} \ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi l}$$

第二层 $$Q = \frac{2\pi l \lambda_2 (t_2 - t_3)}{\ln \frac{r_3}{r_2}} \Rightarrow \cancel{t_2} - \cancel{t_3} = \frac{Q \ln \frac{r_3}{r_2}}{2\pi l \lambda_2} = \frac{\frac{Q}{\lambda_2} \ln \frac{r_3}{r_2}}{2\pi l}$$

第三层 $$Q = \frac{2\pi l \lambda_3 (t_3 - t_4)}{\ln \frac{r_4}{r_3}} \Rightarrow \cancel{t_3} - t_4 = \frac{Q \ln \frac{r_4}{r_3}}{2\pi l \lambda_3} = \frac{\frac{Q}{\lambda_3} \ln \frac{r_4}{r_3}}{2\pi l}$$

三式相加：

$$Q=\frac{2\pi l(t_1-t_4)}{\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{r_2}{r_1}+\frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{r_3}{r_2}+\frac{1}{\lambda_3}\ln\frac{r_4}{r_3}}$$

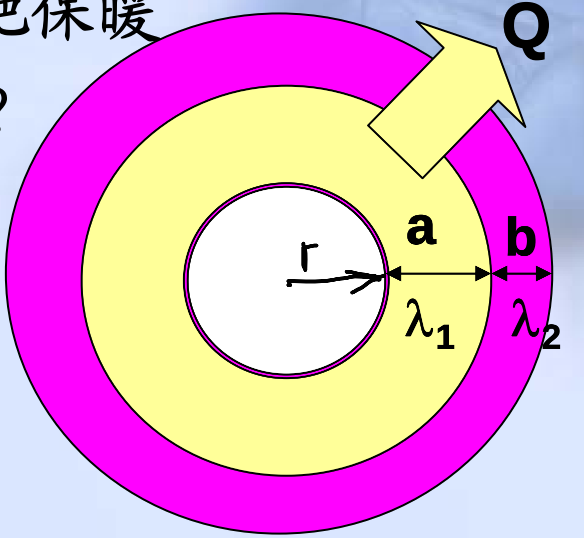


同理，对于多层圆筒壁，穿过各层热量的一般公式为：

$$Q=\frac{2\pi l(t_1-t_{n+1})}{\sum_{i=1}^{i=n}\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{r_{i+1}}{r_i}}$$

注意：若用到平均值λ是指每一层的平均值，不能跨层求平均值！

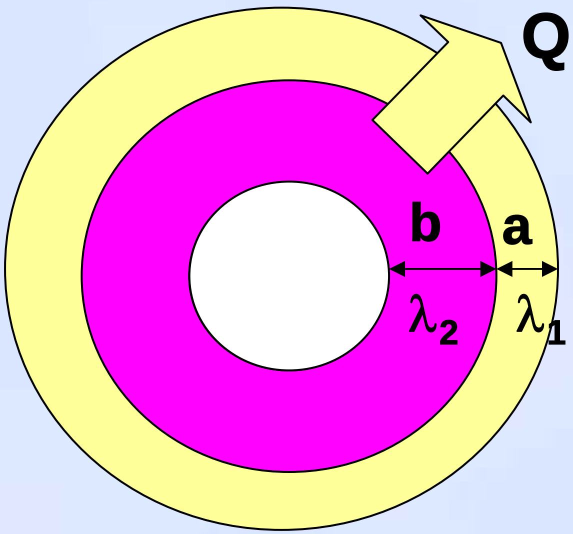
思考1: 气温下降，应添加衣服，应把保暖性好的衣服穿在里面好，还是穿在外面好？



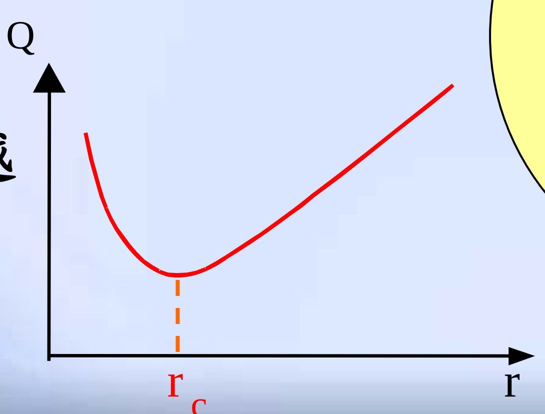
$$\lambda_1 < \lambda_2$$

$$Q = \frac{2\pi l(t_1 - t_0)}{\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{r+a}{r} + \frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{r+a+b}{r+a}}$$

$$Q' = \frac{2\pi l(t_1 - t_0)}{\frac{1}{r_2}\ln\frac{r+a}{r} + \frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{r+a+b}{r+a}}$$



思考2: 保温层越厚，保温效果越好吗？



例题6-2　一根Φ19×2的钢管，其 λ_1为20 W/ m ℃，其外侧包扎了一层厚度为30mm，λ_2 为 0.2 W/m ℃的保温材料，若钢管内表面温度为580℃,保温层外表面温度为80℃,试求:

(1)每米管长的热损失;

(2)保温层中的温度分布。

解：(1)由题意：r_1=0.0075m, r_2=0.0095m, r_3=0.0395m

根据多层圆筒壁的稳态热传导公式，可知每米管长的热损失为：

$$q_l=\frac{Q}{l}=\frac{2\pi(t_1-t_3)}{\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{r_2}{r_1}+\frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{r_3}{r_2}}=\frac{2\times3.14\times(580-80)}{\frac{1}{20}\ln\frac{0.0095}{0.0075}+\frac{1}{0.2}\ln\frac{0.0395}{0.0095}}=440.2\ W/m$$

(2)保温层的内表面温度t_2为：$q_l=\dfrac{2\pi(t_1-t_2)}{\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{r_2}{r_1}}=\dfrac{2\pi(580-t_2)}{\frac{1}{20}\ln\frac{0.0095}{0.0075}}=440.2$ W/m

解得：$t_2=579.2\,°C$

设λ不随 t变化，由圆筒壁内温度分布知，保温层中的温度分布式为：

$$t=t_2-\frac{t_2-t_3}{\ln\frac{r_3}{r_2}}\ln\frac{r}{r_2}=579.2-\frac{579.2-80}{\ln\frac{0.0395}{0.0095}}\ln\frac{r}{0.0095}=-1052-350.3\ln r$$

本节完